

# JACOBIANO DE LA IMAGEN PARA UN PAR ESTEREOSCÓPICO DE CÁMARAS: COMPARATIVA ENTRE EL ANALÍTICO Y EL ESTIMADO INCORPORANDO LA GEOMETRÍA EPIPOLAR

Pari<sup>1</sup> L., Sebastián<sup>1</sup> J.M., Traslosheros<sup>1</sup> A. y Angel<sup>2</sup> L.

<sup>1</sup>Departamento de Automática, Ingeniería Electrónica e Informática Industrial (DISAM)  
Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales, Universidad Politécnica de Madrid  
C/ José Gutiérrez Abascal, 2, 28006 Madrid, España.

[lpari@etsii.upm.es](mailto:lpari@etsii.upm.es), [jsebas@etsii.upm.es](mailto:jsebas@etsii.upm.es), [altrami@etsii.upm.es](mailto:altrami@etsii.upm.es)

<sup>2</sup>Facultad de Ingeniería Electrónica, Universidad Pontificia Bolivariana  
Km. 7 Vía de Piedecuesta, Bucaramanga, Colombia.  
[langel@etsii.upm.es](mailto:langel@etsii.upm.es)

## Resumen

*El presente artículo describe un estudio comparativo entre el comportamiento del Jacobiano calculado de forma analítica y el estimado, incorporando la geometría epipolar, cuando se utiliza un sistema con dos cámaras. La arquitectura de control utilizada es Control Visual Basado en Imagen controlándose un sistema articular de tres g.d.l. utilizando dos cámaras en configuración cámara fija. Se realizaron pruebas tanto en caso estático como en caso dinámico, las cuales mostraron que el método de estimación del Jacobiano que utiliza las propiedades de la geometría epipolar es tan bueno y robusto frente al ruido como el Jacobiano analítico. Esto es considerado como una ventaja, puesto que el Jacobiano estimado no necesita un laborioso trabajo previo como el analítico.*

**Palabras Clave**— Control visual, Jacobiano de la imagen, matriz fundamental, posicionamiento, seguimiento.

## 1. INTRODUCCIÓN

Se conoce como Control Visual a la utilización de la información visual para controlar un sistema robótico. Este tipo de control presenta numerosas aplicaciones y posibilidades, pues permite conocer con gran exactitud que objetos están presentes en la escena, así también su posición, orientación y velocidad. Es especialmente útil cuando los robots operan en nuevos dominios donde el espacio de trabajo no es conocido a priori.

De entre las clasificaciones existentes de control visual [4][10][11], una de las más conocidas es el modo en que la información visual es utilizada para definir la señal de error que actúa sobre el controlador del sistema [2]: Control Visual Basado en Posición (PBVS) y Control Visual Basado en Imagen (IBVS). En PBVS, las características extraídas de la imagen son utilizadas

para reconstruir la posición 3D del objeto a controlar, mientras que en IBVS, la tarea es definida en el plano de la imagen directamente a través de sus características visuales. En este último, una matriz es definida y denominada Jacobiano de la imagen, que relaciona linealmente cambios en características de la imagen con cambios en coordenadas cartesianas o con cambios en articulaciones (en este segundo caso, es llamado Jacobiano visual-motor [1][5][11]).

El Jacobiano analítico de la imagen es ampliamente utilizado por la mayoría de investigadores en control visual, es bien conocido que éste requiere un profundo conocimiento de los sistemas involucrados: calibración del sistema articular, calibración cinemática del sistema de visión, y la reconstrucción 3D de la posición de las características; todos estos son fuentes comunes de posibles errores. En artículos pasados [12][15], hemos presentado un método de estimación del Jacobiano de la imagen que integra la geometría epipolar del sistema [3], y comparado con otros algoritmos existentes de la literatura en pruebas que consideran tanto el caso estático [15] como el dinámico [12].

En este artículo se compara el comportamiento del método que estima el Jacobiano tomando en cuenta la geometría epipolar del sistema con el método que utiliza el Jacobiano analítico. Dos tipos de pruebas han sido llevadas a cabo: tareas de posicionamiento y de seguimiento. Para obtener un resultado bueno y representativo, en el primer caso un alto número de posiciones en el espacio de trabajo fueron alcanzadas, mientras que en el segundo caso un alto número de trayectorias curvas fueron seguidas. Las pruebas mostraron que la robustez contra el ruido presentado por el Jacobiano analítico es también obtenida por el Jacobiano estimado que toma en cuenta la geometría epipolar. Esto es considerado como una ventaja, ya que este método de estimación alcanza buen desempeño sin la necesidad de un laborioso trabajo previo a la tarea

como es el caso del Jacobiano analítico. Para diversificar el estudio, las pruebas fueron extendidas a la estimación del Jacobiano basada en el método de mínimos cuadrados recursivos (RLS) que demostró dar buenos resultados en trabajos pasados [12][15].

El artículo está organizado como sigue: después de la presente introducción, en la sección 2 se detalla la terminología y conceptos teóricos usados a lo largo del artículo. En la sección 3 y 4 se presenta el Jacobiano estimado y analítico respectivamente. En la sección 5 se describe la ley de control, mientras que en la sección 6 el entorno de trabajo utilizado, las pruebas y resultados. Finalmente en la última sección, se consignan las conclusiones y trabajos futuros.

## 2. JACOBIANO DE LA IMAGEN

Supóngase que se observa un sistema articular o robot desde una o varias vistas fijas. Sea  $\mathbf{r} = [r_1 \ r_2 \ \dots \ r_p]^T$  el vector de dimensión  $p$  que representa la posición del efector final en un sistema de coordenadas cartesiano. Sea  $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \ \dots \ q_n]^T$  el vector de dimensión  $n$  que representa la posición articular del robot. Sea  $\mathbf{s} = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_m]^T$  el vector de dimensión  $m$  que representa las características de las imágenes (por ejemplo las coordenadas de un punto en una o varias imágenes).

La relación entre la velocidad articular del robot  $\dot{\mathbf{q}} = [\dot{q}_1 \ \dot{q}_2 \ \dots \ \dot{q}_n]^T$  y su correspondiente velocidad en el espacio de la tarea  $\dot{\mathbf{r}} = [\dot{r}_1 \ \dot{r}_2 \ \dots \ \dot{r}_p]^T$ , se expresa en términos del Jacobiano del robot  $\mathbf{J}_{rq}$ , como  $\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{J}_{rq} \dot{\mathbf{q}}$ . La relación entre la velocidad de las características  $\dot{\mathbf{s}} = [\dot{s}_1 \ \dot{s}_2 \ \dots \ \dot{s}_m]^T$  y la velocidad en el espacio de la tarea se expresa como  $\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{J}_{sr} \dot{\mathbf{r}}$ . Si las características escogidas son un punto  $\mathbf{s} = (u, v)^T$  en la imagen, y las coordenadas cartesianas de la cámara son usadas,  $\mathbf{J}_{sr}$  esta dado por:

$$\mathbf{J}_{sr} = \begin{bmatrix} \frac{f}{Z} & 0 & \frac{-u}{Z} & \frac{-uv}{f} & \frac{(f^2+u^2)}{f} & -v \\ 0 & \frac{f}{Z} & \frac{-v}{Z} & \frac{-(f^2+u^2)}{f} & \frac{uv}{f} & -u \end{bmatrix} \quad (1)$$

donde  $u, v$  representan coordenadas centrales de la imagen,  $f$  es la distancia focal,  $Z$  es la coordenada espacial del punto con respecto al sistema de coordenadas de la cámara, y  $\dot{\mathbf{r}} = [T_x \ T_y \ T_z \ w_x \ w_y \ w_z]^T$  representa la velocidad traslacional y rotacional del punto. Generalmente,  $\mathbf{J}_{sr}$  es denominada como la matriz de interacción.

La velocidad de las características de la imagen se puede relacionar directamente con las velocidades articulares en términos de un Jacobiano compuesto, conocido como Jacobiano visual-motor [5][16]:

$$\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{J}_{sq} \dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial s_1}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial s_1}{\partial q_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial s_m}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial s_m}{\partial q_n} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \quad (2)$$

$$\text{con } \mathbf{J}_{sq} = \mathbf{J}_{sr} \mathbf{J}_{rq} = \mathbf{J}$$

A partir de (1) se deriva el Jacobiano analítico, mientras que el Jacobiano estimado a partir de (2). Es necesario remarcar que para obtener el Jacobiano analítico debe considerarse: los parámetros intrínsecos de la calibración de la cámara (distancia focal, coordenadas centrales de la imagen), la reconstrucción 3D del punto o una aproximación (coordenada  $Z$ ), la calibración cinemática de la cámara (relación entre las coordenadas de la cámara y el origen del espacio de articulaciones), y la calibración cinemática del robot. La gran mayoría de trabajos en control visual assume un sistema estructurado y que los parámetros del sistema son conocidos, o que los parámetros pueden ser identificados en un proceso fuera de línea. A diferencia de estimar el Jacobiano de la imagen dinámicamente basado en solamente cambios en características y articulaciones.

### 2.1 JACOBIANO DE MÚLTIPLES VISTAS

Cuando varias vistas son utilizadas, tanto la matriz de interacción o el Jacobiano visual-motor pueden ser definidos como la concatenación de los Jacobianos parciales correspondientes a cada vista [1][2][15]. Todos los Jacobianos comparten los mismos incrementos articulares, aunque las características visuales son manejadas independientemente. En un trabajo previo [15], se realizaron experimentos a fin de comparar los resultados obtenidos utilizando una de las cámaras con los obtenidos utilizando ambas cámaras: se mostró que usando dos cámaras en vez de una, mejoró largamente el desempeño del sistema. En muchas aplicaciones, este mejoramiento justifica las posibles desventajas: incremento del costo de equipos y del tiempo de computación.

## 3. JACOBIANO ESTIMADO

### 3.1 AÑADIENDO LA RESTRICCIÓN EPIPOLAR

La propiedad de restricción epipolar (3) es tomada en cuenta en el cálculo del Jacobiano estimado de la imagen (2). Si las características visuales son centroides de puntos, y un punto en la primera cámara se expresa

por (‘), y un punto en la segunda cámara se expresa por (‘‘), se tendrá el siguiente modelo:

$$\tilde{\mathbf{s}}_k'^T \mathbf{F} \tilde{\mathbf{s}}_k' = 0 \quad (3)$$

donde las características son expresadas en notación proyectiva (~), y  $\mathbf{F}$  es una matriz 3x3 conocida como la matriz fundamental. Su conocimiento es conocido como calibración débil o calibración proyectiva. Una descripción más detallada se puede encontrar en [7][9].

Las características en los momentos  $k$  y  $k-1$  para cada cámara están dadas por:

$$\tilde{\mathbf{s}}_k' = \tilde{\mathbf{s}}_{k-1}' + \tilde{\mathbf{J}}' \Delta \mathbf{q}_k \quad ; \quad \tilde{\mathbf{s}}_k'' = \tilde{\mathbf{s}}_{k-1}'' + \tilde{\mathbf{J}}'' \Delta \mathbf{q}_k \quad (4)$$

donde  $\Delta \mathbf{q}_k = \mathbf{q}_k - \mathbf{q}_{k-1}$ , mientras que  $\tilde{\mathbf{J}}'$  y  $\tilde{\mathbf{J}}''$  contienen las variables a ser resueltas y son los elementos del Jacobiano de la imagen de cada cámara, y tienen la forma:

$$\tilde{\mathbf{J}}' = \begin{bmatrix} J'_{11} & J'_{12} & J'_{13} \\ J'_{21} & J'_{22} & J'_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad (5)$$

$$\tilde{\mathbf{J}}'' = \begin{bmatrix} J''_{11} & J''_{12} & J''_{13} \\ J''_{21} & J''_{22} & J''_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

a fin de hacer dimensionalmente correcta la ecuación (4).

Sustituyendo (4) en (3), ordenando términos y considerando  $\tilde{\mathbf{s}}_{k-1}'^T \mathbf{F} \tilde{\mathbf{s}}_{k-1}' = 0$ , se tiene la siguiente ecuación no lineal para  $\tilde{\mathbf{J}}'$  y  $\tilde{\mathbf{J}}''$  [12][15]:

$$\Delta \mathbf{q}_k'^T \tilde{\mathbf{J}}'^T \mathbf{F} \tilde{\mathbf{J}}' \Delta \mathbf{q}_k + \Delta \mathbf{q}_k''^T \tilde{\mathbf{J}}''^T \mathbf{F} \tilde{\mathbf{J}}'' \Delta \mathbf{q}_k + \tilde{\mathbf{s}}_{k-1}'^T \mathbf{F} \tilde{\mathbf{J}}' \Delta \mathbf{q}_k = 0 \quad (6)$$

La ecuación (6) y la ecuación lineal (2) para cada cámara, forman un conjunto de ecuaciones resueltas en cada movimiento aplicando el método de optimización no lineal de Levenberg-Marquardt. El sistema no lineal es inicializado con el Jacobiano obtenido por un método lineal [16] convergiendo luego de pocas iteraciones. Para obtener el número suficiente de ecuaciones para resolver el sistema, el método de los últimos movimientos realizados [16] fue aplicado, así también el concepto del factor de fiabilidad [15]. La literatura [5][13][14][16] reúne varios métodos de estimar el Jacobiano definido por la ecuación (2), a continuación se describirá el que da los mejores resultados a fin de ser incluidos en las pruebas respectivas. A destacar que se realiza una normalización [8] de los datos (puntos de la imagen e incremento articular), para homogenizar la importancia de cada ecuación.

### 3.2 MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS RECURSIVOS

En este método el Jacobiano es estimado recursivamente por el algoritmo de mínimos cuadrados [1][13], sus ecuaciones son:

$$\mathbf{J}_k = \mathbf{J}_{k-1} + \frac{\left( -\Delta \mathbf{e}_k + \frac{\partial \mathbf{e}_k}{\partial t} \Delta t - \mathbf{J}_{k-1} \Delta \mathbf{q}_k \right) \Delta \mathbf{q}_k^T \mathbf{P}_{k-1}}{\lambda + \Delta \mathbf{q}_k^T \mathbf{P}_{k-1} \Delta \mathbf{q}_k} \quad (7)$$

donde  $\mathbf{e}_k = \mathbf{s}_k^* - \mathbf{s}_k$  es el error en características, y  $\mathbf{s}_k^*$  son características deseadas, y

$$\mathbf{P}_k = \frac{1}{\lambda} \left( \mathbf{P}_{k-1} - \frac{\mathbf{P}_{k-1} \Delta \mathbf{q}_k \Delta \mathbf{q}_k^T \mathbf{P}_{k-1}}{\lambda + \Delta \mathbf{q}_k^T \mathbf{P}_{k-1} \Delta \mathbf{q}_k} \right) \quad (8)$$

es la matriz de covarianzas. El comportamiento de este método depende del parámetro  $\lambda$ , el cual varía en un rango de 0 a 1, y pondera los movimientos previos.  $\lambda$  fija un compromiso entre la información proporcionada por movimientos anteriores y la de nuevos movimientos probablemente corruptos con ruido. En presencia de ruido moderado, valores de  $\lambda$  cerca a 0.9 son frecuentemente utilizados.

### 4. JACOBIANO ANALÍTICO DE LA IMAGEN

El Jacobiano analítico de la imagen está dado por 0:

$$\mathbf{J}_A = \mathbf{J}_{sr} \mathbf{W}_{cr} \mathbf{N} \mathbf{J}_{rq} \quad (9)$$

donde  $\mathbf{J}_{rq}$  es el Jacobiano del robot,  $\mathbf{N}$  es una matriz que contiene la cinemática directa del robot,  $\mathbf{W}_{cr}$  es la relación entre los vectores de velocidades de la cámara y del robot, y está dado por:

$$\mathbf{W}_{cr} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{cr} & [\mathbf{t}_{cr}]_x \mathbf{R}_{cr} \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{R}_{cr} \end{bmatrix} \quad (10)$$

siendo  $\mathbf{R}_{cr}$  y  $\mathbf{t}_{cr}$  respectivamente la rotación y traslación entre el sistema de la cámara y el robot,  $[\mathbf{t}_{cr}]_x$  es la matriz skew-symmetric de  $\mathbf{t}_{cr}$ , y  $\mathbf{J}_{sr}$  es la matriz de interacción dada por (1).

Como puede verse en (9), el Jacobiano analítico depende de muchos parámetros y transformaciones que lo convierten muy dependiente de sus respectivas exactitudes. Algunos de ellos son constantes como la calibración de las cámaras y la transformación cámara-robot, y otros deben ser determinados en línea como la cinemática directa, el Jacobiano del robot y la matriz de interacción.

## 5. LEY DE CONTROL

La función orientada a la tarea  $\mathbf{e}_k$  a ser regulada a cero está dada por:

$$\mathbf{e}_k = (\mathbf{s}^* - \mathbf{s}_k) \quad (11)$$

donde  $\mathbf{s}^*$  y  $\mathbf{s}_k$  son los vectores de características deseadas y actuales en el momento  $k$  respectivamente. Se utiliza una ley de control proporcional basada en la pseudoinversa del Jacobiano de la imagen [2] para controlar el sistema, donde un decaimiento exponencial de  $\mathbf{e}_k$  a 0 es obtenido al imponer la condición:  $\dot{\mathbf{e}}_k = -\lambda \mathbf{e}_k$  (siendo  $\lambda$  un escalar positivo que regula la velocidad de convergencia).

La ley de control para el caso estático (posicionamiento) es:

$$\mathbf{q}_{k+1} = \mathbf{q}_k + \lambda \mathbf{J}^+ \mathbf{e}_k \quad (12)$$

donde  $\mathbf{J}^+ = (\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T$  es la pseudoinversa del Jacobiano, ya que el número de características es mayor que el número de grados de libertad. Está probado que (12) posee una estabilidad asintótica local [2].

Para el caso dinámico (seguimiento), un término predictivo basado en la última y penúltima referencia es añadido a la ley de control [13]:

$$\mathbf{q}_{k+1} = \mathbf{q}_k + \mathbf{J}^+ (\mathbf{s}_k^* - \mathbf{s}_k + \mathbf{s}_k^* - \mathbf{s}_{k-1}^*) \quad (13)$$

## 6. EXPERIMENTOS

En esta sección se describe el equipo experimental y los resultados.

### 6.1 EQUIPO EXPERIMENTAL

El equipo utilizado en los experimentos consiste de:

- Un sistema articular compuesto por un posicionador de alta precisión y su controlador, modelo Newport MM3000 (ver Fig. 1). Posee tres grados de libertad que son dos ejes de giro y un eje de desplazamiento, y su precisión teórica es de la milésima de grado y la milésima de milímetro. Sobre el último eslabón del sistema articular y en un plano se han dispuesto el objeto visual a controlar, formado por cinco puntos negros sobre fondo blanco, y cuya proyección en la imagen serán las características empleadas en el control.
- Un sistema de adquisición y procesamiento de imágenes compuesto por dos cámaras analógicas CV-M50 y una tarjeta de adquisición de imágenes Meteor II-MC de Matrox, que permite la

adquisición simultánea de las dos cámaras. Las cámaras, fijas en el espacio de trabajo, están separadas unos 700 milímetros, poseen los dos ejes convergentes hacia el sistema articular, y distan del mismo unos 1200 milímetros. La detección de las características visuales se realiza con precisión subpíxel, y dada la sencillez de la imagen se estima que con un error menor de 0.2 píxeles. La comunicación con el controlador del sistema articular se realiza mediante un línea serie RS-232C.



Fig. 1. Equipo experimental.

### 6.2 OBJETIVO DE CONTROL

Se intenta contrastar el funcionamiento de los siguientes dos métodos de estimar el Jacobiano de la imagen (FUNDMAT: que integra la restricción epipolar del sistema de dos cámaras, RLS: que usa mínimos cuadrados recursivos) con el método del Jacobiano analítico (ANLTC), por medio de tareas estáticas (posicionamiento) y dinámicas (seguimiento) usando la respectiva ley de control, donde el número de puntos considerados para controlar el sistema es tomado en cuenta. Asimismo, las pruebas fueron realizadas sin o con adición de ruido de naturaleza gaussiana (con  $\sigma = 0.5$  pixel) en la detección de las características. Las características son centroides de puntos proyectados en la imagen (Fig. 1). Las características visuales deben ser alcanzables y el objeto de control debe ser visto desde ambas vistas. Debido a que el sistema tiene sólo 3 g.d.l, y a fin de asegurar coherencia, se han obtenido las características visuales para todas las posiciones de referencia previamente con la técnica de teach-by-showing [11] donde el sistema articular es movido a la posición deseada y su correspondiente característica visual es almacenada en memoria.

*Caso estático.* A partir de una posición inicial, el sistema tiene que alcanzar consecutivamente las características deseadas (Fig. 4 - Fig. 9). Una trayectoria será generada tanto en ambos planos de la imagen y en el espacio de articulaciones. Si el error (distancia euclídea) entre las características actuales y deseadas es menor que 0.6 píxeles, se entiende que las

características deseadas han sido alcanzadas. Un alto número de posiciones (hasta 50) obtenidas aleatoriamente en todo el espacio de trabajo son obtenidas a fin de conseguir resultados más representativos.

*Caso dinámico.* El sistema tiene que seguir las características de puntos que pertenecen a una curva alabeada establecida previamente en el espacio de trabajo (Fig. 12 - Fig. 15), esta curva es construida a partir de parámetros aleatorios. Del mismo modo que en el caso estático, para obtener resultados más representativos, un alto número de trayectorias a seguirse son generadas dentro del espacio de trabajo.

### 6.3 ÍNDICES DE EVALUACIÓN

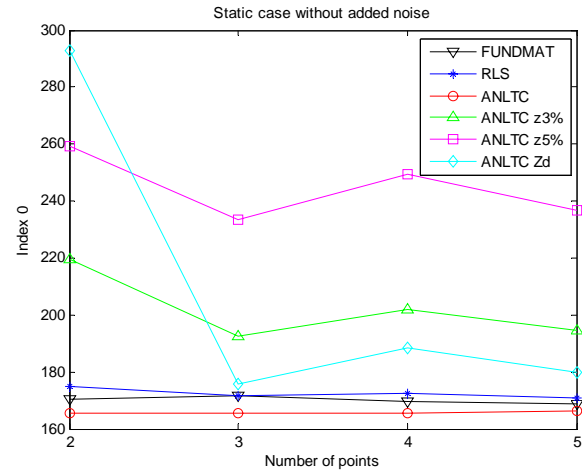
A fin de cuantificar el comportamiento de los métodos a evaluarse, se consideran dos índices definidos como sigue:

- Índice 0: Suma de las distancias euclídeas entre las características actuales y las deseadas, ponderada por el número de posiciones deseadas, número de puntos considerados, y número de cámaras.
- Índice 1: Suma de las distancias euclídeas entre las posiciones articulares actuales y deseadas, ponderada por el número de posiciones deseadas.

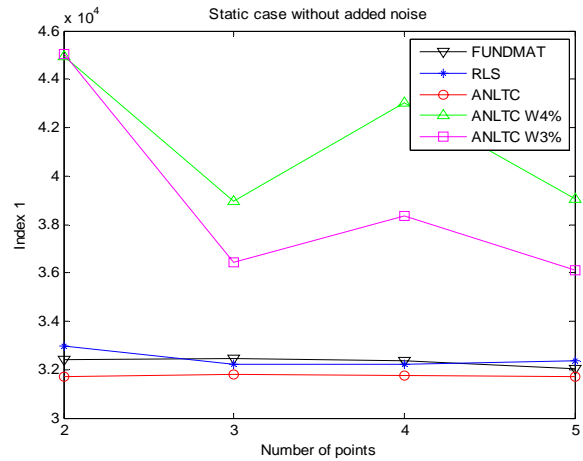
### 6.4 RESULTADOS

Un estudio comparativo fué llevado a cabo con los dos métodos de estimar el Jacobiano de la imagen: FUNDMAT, RLS en conjunto con el método analítico: ANLTC. Adicionalmente, a fin de probar la fuerte dependencia del Jacobiano analítico a parámetros que tienen que ser calculados en línea o antes del proceso de control, se degradaron algunos de ellos. En el mismo sentido, las pruebas fueron llevadas a cabo con o sin Jacobiano analítico degradado. Se degradó la profundidad Z del punto detectado en 3% y 5% (ANLTC z3%, ANLTC z5% respectivamente) y la transformación cámara-robot (ecuación (10)) en 3% y 4% (ANLTC W3%, ANLTC W4% respectivamente). Incrementando estos niveles de degradación, el sistema ya no es controlado. Adicionalmente otras pruebas para ANLTC fueron también consideradas: la profundidad Z constante e igual a la posición deseada (ANLTC Zd) como muchos autores consideran [2][6].

Se comprueba que para bajos niveles de degradación del Jacobiano analítico ya sea en la profundidad Z (Fig. 2) o en la transformación cámara-robot (Fig. 3) caso sin ruido añadido, su desempeño es fuertemente degradado. En las mismas pruebas para el caso con ruido añadido, los resultados fueron muy similares, a excepción de RLS que se degradó medianamente. Se comprobó que los niveles de degradación ensayados, afectan al Jacobiano analítico en mucha mayor medida que la perturbación provocada por el ruido añadido.

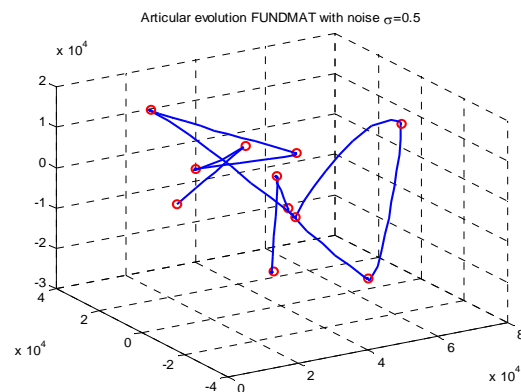


**Fig. 2.** Índice 0, caso estático sin ruido añadido cuando la degradación de la profundidad Z es incluida.

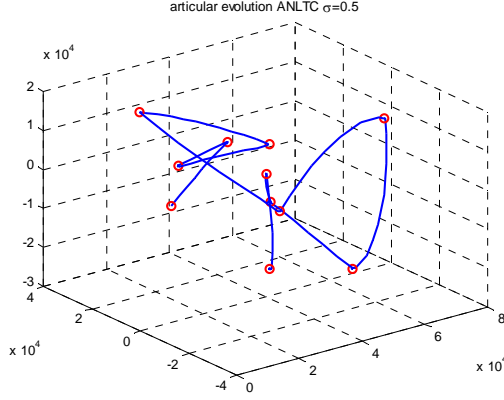


**Fig. 3.** Índice 1, caso estático sin ruido añadido cuando la degradación de la transformación cámara-robot es incluida.

Las Fig. 4 hasta la Fig. 9 muestran la evolución articular del sistema, donde los círculos rojos representan las posiciones deseadas a ser alcanzadas, y las líneas en azul, la evolución del sistema generada por el control basado en el método de determinar el Jacobiano.

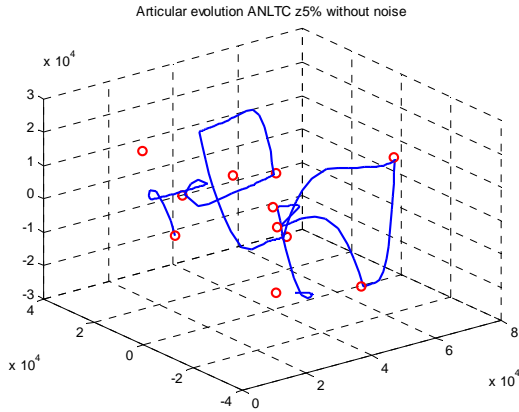


**Fig. 4.** Evolución para diez posiciones deseadas, caso estático con ruido añadido para el método FUNDMAT.

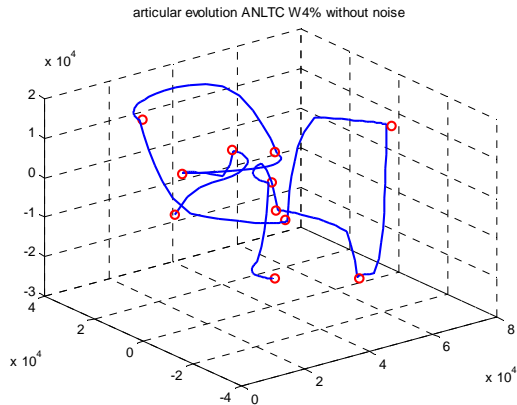


**Fig. 5.** Evolución para diez posiciones deseadas, caso estático con ruido añadido para el método ANLTC.

La Fig. 4 y Fig. 5 muestran un buen comportamiento de FUNDMAT y ANLTC respectivamente (la trayectoria generada es casi directa a pesar del ruido añadido).

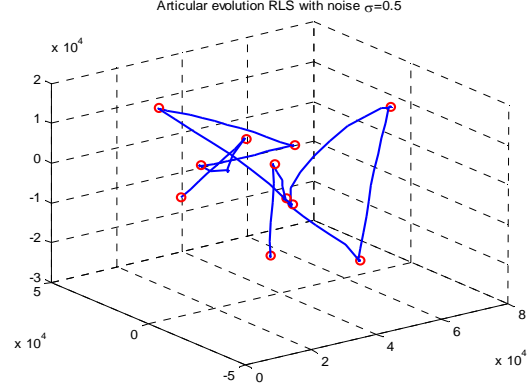


**Fig. 6.** Evolución para diez posiciones deseadas, caso estático sin ruido añadido para el método ANLTC con degradación de la profundidad Z al 5%.

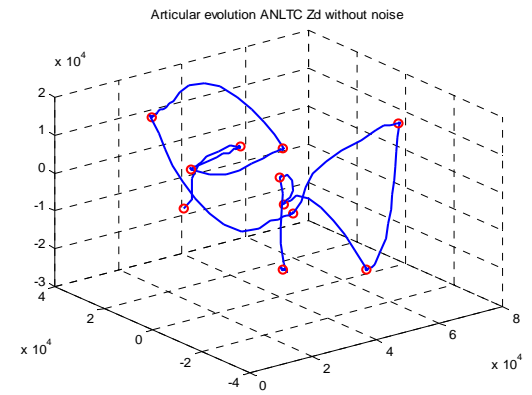


**Fig. 7.** Evolución para diez posiciones deseadas, caso estático sin ruido añadido para el método ANLTC con degradación de la transformación cámara-robot al 4%.

Las Fig. 6 y Fig. 7 muestran una importante degradación de la trayectoria para ANLTC Z5% y ANLTC W4% respectivamente aún sin ruido añadido.

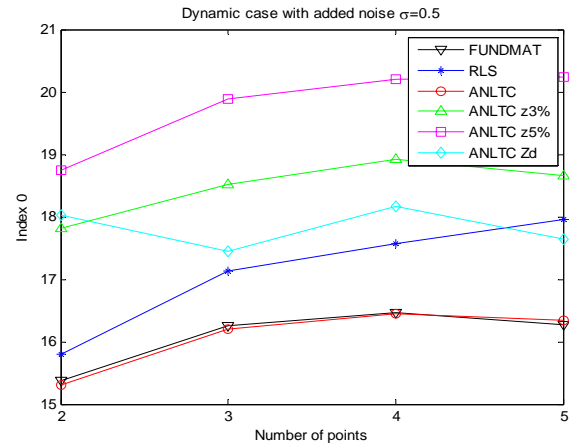


**Fig. 8.** Evolución para diez posiciones deseadas, caso estático con ruido añadido para el método RLS.



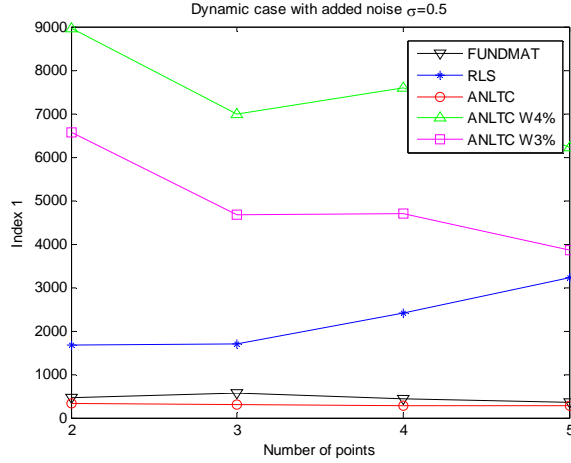
**Fig. 9.** Evolución para diez posiciones deseadas, caso estático sin ruido añadido para el método ANLTC Zd (considera la profundidad Z constante).

La trayectoria de RLS (Fig. 8) con ruido añadido, no tiene el mismo buen comportamiento como ANLTC y FUNDMAT (Fig. 5 y Fig. 4 respectivamente). La trayectoria de ANLTC Zd (Fig. 9) no tiene un buen comportamiento aún sin ruido añadido. Resultados para el caso dinámico son presentados en las siguientes figuras:

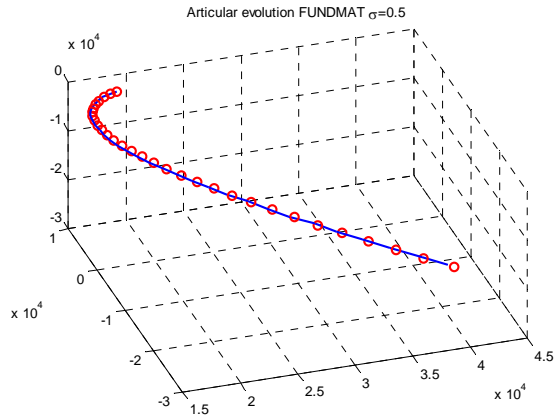


**Fig. 10.** Índice 0, caso dinámico con ruido añadido cuando la degradación de la profundidad Z es incluida.

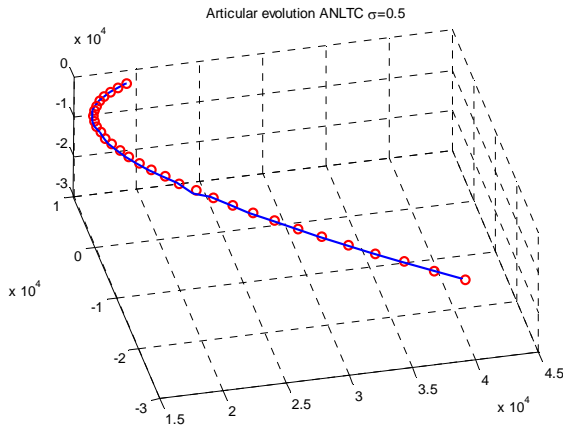




**Fig. 11.** Índice 1, caso dinámico con ruido cuando la degradación de transformación cámara-robot es incluida.



**Fig. 12.** Evolución articular para el caso dinámico con ruido añadido para el método FUNDMAT.

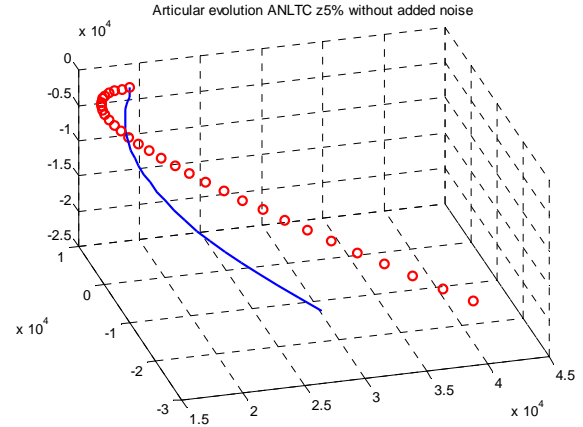


**Fig. 13.** Evolución articular para el caso dinámico con ruido añadido para el método ANLTC.

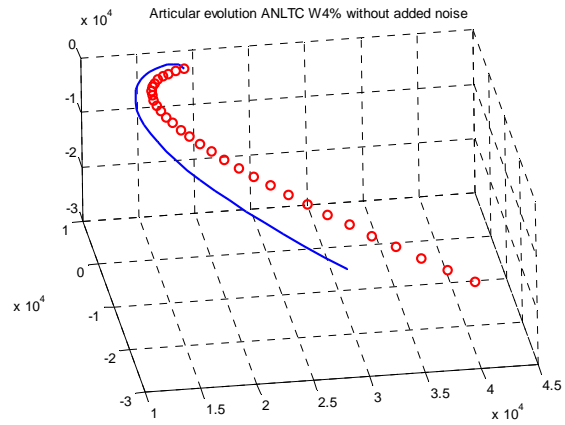
Las Fig.10 y Fig. 11 muestran la misma tendencia como el caso estático (Fig. 2 y Fig. 3), además muestran que RLS posee un comportamiento menos eficiente que ANLTC y FUNDMAT. A partir de la Fig. 12 se representa el comportamiento en el espacio articular. Las Fig. 12 y Fig. 13 muestran que ANLTC y

FUNDMAT poseen un buen comportamiento en su evolución articular aún con ruido añadido.

Las Fig. 14 y Fig. 15 también muestran una degradación en la evolución articular de ANLTC al igual que en el caso estático (Fig. 6, Fig. 7 y Fig. 9) aún sin ruido añadido. Pruebas con ruido añadido mostraron el mismo comportamiento como el mostrado en las anteriores figuras, lo que significa que al igual como en el caso estático, estos niveles de degradación afectan el desempeño del Jacobiano mucho más que el ruido.



**Fig. 14.** Evolución articular para el caso dinámico sin ruido añadido para el método ANLTC con degradación de la profundidad Z al 5%.



**Fig. 15.** Evolución articular para el caso dinámico sin ruido añadido para el método ANLTC con degradación de la transformación cámara-robot al 4%.

## 7. CONCLUSIONES

Se llevó a cabo una comparación de comportamiento entre una tarea de control basada en la estimación del Jacobiano de la imagen (representado por dos métodos: FUNDMAT el cual integra la matriz fundamental, y RLS, el método de mínimos cuadrados recursivos) y aquella que se basa en el cálculo analítico del Jacobiano (representado por ANLTC). Las pruebas mostraron que

en ausencia de ruido, el comportamiento de estos tres métodos es bastante similar. Pero en las pruebas con ruido añadido, FUNDMAT y ANLTC mostraron ser muy robustos. El método del Jacobiano analítico trabaja bien, pero a expensas de un laborioso trabajo previo a la tarea de control, pues necesita la calibración de las cámaras, la reconstrucción 3D del punto, la transformación cámara-robot, y el Jacobiano del robot. Las pruebas para el Jacobiano analítico con degradación ya sea de la transformación cámara-robot o de la profundidad Z del punto detectado, mostraron que su comportamiento es degradado aún con bajos valores de esta degradación.

Considerando el buen comportamiento del método que estima el Jacobiano integrando la matriz fundamental y del hecho que éste no necesita trabajo previo a la tarea de control a diferencia del método del Jacobiano analítico que si lo necesita, se considera esto como una importante ventaja. Esta propiedad, hace de FUNDMAT apropiado para tareas en entornos no estructurados o cambiantes, pues el conocimiento de la matriz fundamental no es un problema grave y su cálculo ha sido comprobado que es relativamente más simple, robusto y confiable. Se tiene como trabajo futuro el análisis de la estabilidad del sistema con la ley de control generada a partir del Jacobiano estimado.

**Reconocimientos.** Este trabajo fue financiado por la Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología del gobierno español, bajo el proyecto DPI2004-07433-C02-02.

## Referencias.

- [1]. Asada, M., Tanaka, T., and Hosoda, K. "Adaptive Binocular Visual Servoing for Independently Moving Target Tracking". Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA'00), 2076-2081 (2000).
- [2]. Chaumette F., and Hutchinson S. "Visual Servo Control Part I: Basic Approaches". IEEE Robotics & Automation Magazine, vol.14, issue 1, pp. 109-118 (2006).
- [3]. Chaumette F., and Hutchinson S. "Visual Servo Control Part II: Advanced Approaches". Robotics & Autonomous Magazine, IEEE, vol.13, issue 4, pp. 82-90 (2007).
- [4]. Corke P. "Visual Control of Robot Manipulators – A Review". K. Hashimoto Ed., Visual Servoing, World Scientific, pp. 1-32. (1994).
- [5]. Deng, Z. and Jägersand, M. "Evaluation of Model Independent Image-Based Visual Servoing". *Computer and Robot Vision. Proceedings. First Canadian Conference On.* 138-144, (2004).
- [6]. Espiau B., and Chaumette F., and Rives P. "A New Approach to Visual Servoing in Robotics". IEEE Transactions on Robotics and Automation, 8(3), 313-326 (1992).
- [7]. Faugeras O., and Luong Q.T. "The Geometry of Multiple Images". The Massachusetts Institute of Technology Press (2001).
- [8]. Hartley R.I. "In Defence of the Eight-Point Algorithm". IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 19, N° 6, (1997).
- [9]. Hartley R., and Zisserman A. "Multiple View Geometry in Computer Vision". 2<sup>nd</sup> Ed., Cambridge University Press, (2003).
- [10]. Hutchinson S.A., Hager G.D., and Corke P.I. "A tutorial on visual servo control". IEEE Trans. Robotics and Automation, 12, pp. 651-670, (1996).
- [11]. Kragic D. and Christensen H.I. "Survey on visual servoing for manipulation". Technical Report ISRN KTH/NA/P-02/01-Sen, CVAP259, (2002).
- [12]. Pari L., Sebastián J.M., González C., and Ángel L. "Image Based Visual Servoing: A New Method for the Estimation of the Image Jacobian in Dynamic Environments". Lecture Notes in Computer Science, Vol 4142, pp. 850-861, (2006).
- [13]. Piepmeyer J.A., McMurray G.V., and Lipkin H. "Uncalibrated Dynamic Visual Servoing". IEEE Transactions on Robotics and Automation, 20 (1), pp. 143-147, (2004).
- [14]. Qian J., and Su J. "Online estimation of Image Jacobian Matrix by Kalman-Bucy filter for uncalibrated Stereo Vision Feedback". International Conference on Robotics & Automation (ICRA'02), pp. 562-567, (2002).
- [15]. Sebastián J.M., Pari L., González C., and Ángel L. "A New Method for the Estimation of the Image Jacobian for the Control of an Uncalibrated Joint System". Lecture Notes in Computer Science, Vol. 3522, pp. 631-638, (2005).
- [16]. Sutanto H., Sharma R., and Varma V. "The Role of Exploratory Movement in Visual Servoing Without Calibration. Robotics and Autonomous Systems, 23, pp. 153-169, (1998).